МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД

«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Факультет комп’ютерних наук і технологій

Кафедра прикладної математики і інформатики

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до курсового проекту з дисципліни

«Статистичні методи оцінювання»

на тему «Комплексна статистична  
обробка експериментальних даних»

Виконав:

студент групи ІПЗм-17

Лисенко А.С.

« » 2017 р.

Керівник:

доц. каф. ПМіІ, д. т. н.

Назарова І. А.

« » 2017 р.

Покровськ - 2017

Реферат

до курсового проекту з дисципліни «Статистичні методи оцінювання»   
на тему «Комплексна статистична обробка експериментальних даних»

Пояснювальна записка до курсової роботи містить 31 сторінка, 4 рисунки, 16 таблиць, 7 джерел, 3 додатки

Об'єктом дослідження даної роботи є комплексний аналіз згенерованих вибірок випадкових величин і підбір їх закону розподілу. Метою роботи є вивчення методів і прийомів аналізу статистичної інформації, отримання навичок та досвіду обробки випадкових вибірок.

Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, переліку посилань та додатків. У першому розділі наведено методику генерації вхідних даних, їх генерація, оцінено розмах варіювання даних та розкрито групування вхідних даних. У другому – визначаються характеристики розподілу, висувається гіпотеза про закони розподілів досліджуваних випадкових величин та її перевірка.

Генерація випадкових величин  та  здійснюється за допомогою VBA скриптів в середовищі MS Excel. Для генерації даних необхідно вказати номер варіанту та кількість даних для генерації у відповідних клітинках на сторінці та запустити макрос з відповідним іменем для генерації.

Отримані в рамках курсової роботи матеріали можуть бути використані в начальних цілях для ознайомлення з підходами математичної статистики до обробки даних.

МАТЕМАТИЧНЕ ОЧІКУВАННЯ, ДИСПЕРСІЯ, ВИПАДКОВА ВЕЛИЧИНА, ЗАКОН РОЗПОДІЛУ, ІНТЕРВАЛЬНИЙ РЯД, ВАРІАЦІЙНИЙ РЯД, ТОЧКОВІ ОЦІНКИ, ДОВІРЧІ ІНТЕРВАЛИ, КРИТЕРІЙ ПІРСОНА, НОРМАЛЬНИЙ ЗАКОН

Зміст

[Вступ 4](#_Toc495228666)

[1 Генерація вхідних даних 6](#_Toc495228667)

[1.1 Генерація варіаційних даних 6](#_Toc495228668)

[1.2 Оцінка розмаху варіювання 7](#_Toc495228669)

[1.3 Групування статистичних даних 7](#_Toc495228670)

[2 Аналіз отриманих випадкових величин 9](#_Toc495228671)

[2.1 Точкові оцінки числових характеристик 9](#_Toc495228672)

[2.2 Довірчі інтервали точкових оцінок 11](#_Toc495228673)

[2.3 Визначення однорідності сукупностей 20](#_Toc495228674)

[2.4 Гіпотеза про закон розподілу 21](#_Toc495228675)

[2.5 Перевірка гіпотез про розподіл 21](#_Toc495228676)

[2.5.1 Метод моментів 21](#_Toc495228677)

[2.5.2 Метод максимальної вірогідності 23](#_Toc495228678)

[2.5.3 Аналіз отриманих точкових оцінок 24](#_Toc495228679)

[2.5.4 Критерій узгодженості Пірсона 25](#_Toc495228680)

[Висновки 30](#_Toc495228681)

[Перелік використаних джерел 31](#_Toc495228682)

[Додаток А Технічне завдання 32](#_Toc495228683)

[Додаток Б Лістинг скриптів генерації варіаційного ряду 36](#_Toc495228684)

[Додаток В Інтервальні ряди 37](#_Toc495228685)

# Вступ

Наші уявлення про випадкове, закономірне і неможливе часто розходяться з даними статистики і теорії ймовірностей. Хоча людині підсвідомо властиво вишукувати закономірності, але в деяких випадках це неможливо із-за великого обсягу даних.

Все, що сприймається як випадковість, є всього лише її ілюзією. У світі не тільки немає випадковостей, вони принципово неможливі. Всі події причинно обумовлені і підпорядковані певним законам. Таким чином, можна сказати, що випадковість - це міра незнання цих законів.

Математична статистика – наука, яка досліджує кількісні характеристики масових випадкових подій чи явищ. Вона розглядає математичні методи систематизації і обробку та використання статистичних даних.

Роль статистики в нашому житті настільки значна, що люди, часто не замислюючись і не усвідомлюючи, постійно використовують елементи статистичної методології в повсякденній практиці.

Статистичні методи аналізу даних застосовуються практично у всіх областях діяльності людини. Їх використовують, коли необхідно отримати й обґрунтувати судження про групу з деякою внутрішньою неоднорідністю. Застосування статистичних методів в певній області діяльності дозволяє поліпшити результативність діяльності.

При великих обсягах даних доцільно використовувати комп'ютерну обробку даних. Використання обчислювальної техніки дає можливість отримати повну інформацію про досліджуваний об'єкт і знайти оптимальне рішення конкретної поставленої задачі в короткі терміни.

Завдання курсового проекту включає генерацію даних, імітуючи отримання результатів експерименту над деякою випадковою величиною. Імітація передбачає генерацію двох видів випадкових величин із різними законами розподілу та чисельними характеристиками. Окрім цього завдання включає до себе обробку генерованих даних.

Об'єктом дослідження даної роботи є комплексний аналіз згенерованих вибірок випадкових величин і підбір їх закону розподілу. Метою роботи є вивчення методів і прийомів аналізу статистичної інформації, отримання навичок та досвіду обробки випадкових вибірок.

Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, переліку посилань та додатків. У першому розділі наведено методику генерації вхідних даних, їх генерація, оцінено розмах варіювання даних та розкрито групування вхідних даних. У другому – визначаються характеристики розподілу, висувається гіпотеза про закони розподілів досліджуваних випадкових величин та її перевірка.

# Генерація вхідних даних

## Генерація варіаційних даних

Варіаційний ряд – це впорядкований розподіл одиниць досліджуваної сукупності на групи за групувальною (варіативною) ознакою.

Сукупність, яка досліджується у рамках роботи замість статистичного спостереження використовує випадкові величини, згенеровані завдяки наступним формулам:

а) безперервна випадкова величина , що визначається формулою (1.1);

 (1.1)

б) безперервна випадкова величина ****, що визначається формулою (1.2).

 (1.2)

Де  – номер варіанту;  – номер вимірювання випадкової величини;   
 – випадкове число, яке повертається при зверненні до стандартної функції вибраної мови програмування (датчику випадкових чисел).

Генерація випадкових величин  та  здійснюється за допомогою VBA скриптів в середовищі MS Excel. Для генерації даних необхідно вказати номер варіанту та кількість даних для генерації у відповідних клітинках на сторінці та запустити макрос з відповідним іменем для генерації.

Випадкова величини  отримується за допомогою процедури Rnd, яка генерує випадкову величину в проміжку . Перед отриманням випадкових значень здійснюється ініціалізації генератора випадкових чисел з початковим значенням на основі системного таймера завдяки процедурі Randomize.

Вихідний код VBA скриптів, що використовуються для генерації наведено у додатку Б.

## Оцінка розмаху варіювання

Розмах варіювання () – абсолютна величина різниці між максимальним () і мінімальним () значеннями (варіантами) досліджуваної ознаки.

 (1.3)

Отримані значення розмаху варіювання для заданих вибірок наведено в таблиці 1.1. З наведених даних видно, що випадкова величина  має менший розмах, ніж випадкова величина .

Таблиця 1.1 - Значення розмаху варіювання

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ВВ | Обсяг | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
|  |  | 4,24 | 4,24 | 4,24 | 4,22 | 4,22 | 4,25 | 4,24 | 4,23 | 4,23 | 4,22 |
|  | 15,70 | 15,74 | 15,75 | 15,66 | 15,74 | 15,75 | 15,76 | 15,74 | 15,71 | 15,76 |
|  | 11,46 | 11,50 | 11,51 | 11,44 | 11,52 | 11,50 | 11,52 | 11,51 | 11,48 | 11,54 |
|  |  | 3,00 | 1,50 | 0,61 | -0,91 | -0,75 | -0,52 | -0,13 | -0,01 | -3,45 | -0,09 |
|  | 17,24 | 17,05 | 22,87 | 21,68 | 20,55 | 22,83 | 19,61 | 20,13 | 20,64 | 21,53 |
|  | 14,24 | 15,55 | 22,26 | 22,59 | 21,30 | 23,35 | 19,74 | 20,14 | 24,09 | 21,62 |

## Групування статистичних даних

Кількість груп визначається за формулою Стеджерса (1.4):

 (1.4)

де  – кількість груп;  – обсяг вибірки.

Значення кількості груп інтервалів для досліджуваних вибірок були враховані за формулою Стеджерса та вказані в таблиці 1.2.

Після визначення кількості груп визначаються інтервали угрупування і значення варіаційної ознаки, які лежать в певних межах. Як правило, ширина інтервалів обирається однаковою. Однак, якщо кількість спостережень в розряді невелика, то ширина розряду може бути збільшена (часто це відбувається в крайніх інтервалах розподілу) [1].

Таблиця 1.2 – Кількість груп для досліджуваних вибірок

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Обсяг вибірки | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
| Кількість груп | 8 | 9 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |

Отримані після групування інтервальні ряди для вибірок випадкових величин  і , а також відповідні до них графічні представлення (полігони частот, гістограми частотностей, кумуляти і емпіричні функції розподілу) наведено у додатку В.

# Аналіз отриманих випадкових величин

## Точкові оцінки числових характеристик

Точкові оцінки математичного очікування дисперсії по варіаційному ряду обчислюються за формулами (2.1) і (2.2) відповідно.

 (2.1)

 (2.2)

Де  – значення відповідного елементу вибірки.

Оцінка цих характеристик у інтервальному ряді обчислюється за формулами (2.3) і (2.4) відповідно.

 (2.3)

 (2.4)

Де  – середина інтервалу,  – вірогідність потрапляння в інтервал.

Значення точкових оцінок математичного очікування та дисперсії для простого та інтервального рядів наведені у таблиці 2.1. З наведеного видно, що отримані оцінки математичного очікування і дисперсії по варіаційним і інтервальним рядам мають близькі значення. Причому, чим більше обсяг вибірки, тим точніший результат.

Таблиця 2.1 – Точкові оцінки вибірок ВВ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ВВ | Обсяг  вибірки | Точкова оцінка математичного очікування, | | Точкова оцінка дисперсії, | |
| Варіаційний ряд | Інтервальний ряд | Варіаційний ряд | Інтервальний ряд |
|  |  | 9,938 | 9,984 | 9,195 | 8,557 |
|  | 9,932 | 9,913 | 10,901 | 10,607 |
|  | 9,966 | 9,991 | 11,147 | 10,947 |
|  | 9,912 | 9,903 | 9,664 | 9,389 |
|  | 9,819 | 9,853 | 10,688 | 10,646 |
|  | 9,892 | 9,880 | 11,152 | 10,975 |
|  | 9,829 | 9,841 | 11,062 | 10,993 |
|  | 10,064 | 10,058 | 10,983 | 10,872 |
|  | 10,016 | 10,025 | 11,085 | 10,905 |
|  | 10,198 | 10,203 | 10,695 | 10,603 |
|  |  | 10,175 | 10,262 | 10,367 | 9,897 |
|  | 9,834 | 9,897 | 9,299 | 9,315 |
|  | 9,953 | 9,885 | 11,645 | 12,002 |
|  | 9,879 | 9,860 | 12,756 | 13,145 |
|  | 10,245 | 10,245 | 11,308 | 11,069 |
|  | 10,124 | 10,140 | 11,781 | 11,999 |
|  | 10,087 | 10,091 | 11,465 | 11,521 |
|  | 10,108 | 10,090 | 11,432 | 11,568 |
|  | 9,750 | 9,763 | 10,609 | 10,914 |
|  | 9,999 | 10,010 | 11,486 | 11,661 |

У таблиці 2.2 наведені точкові оцінки математичного очікування і дисперсії, обчислені для 10 вибірок (об'ємом 1000) кожної з випадкових величин. Візуально залежність точкових оцінок від номеру експерименту зображено на рисунку 2.1.

Таблиця 2.2 – Точкові оцінки вибірок ВВ з 1000 елементів для  та 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер вибірки | Точкова оцінка математичного очікування, | | Точкова оцінка дисперсії, | |
| Для вибірки ВВ | Для вибірки ВВ | Для вибірки ВВ | Для вибірки ВВ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 10,03487 | 10,02543 | 11,00908 | 11,45337 |
| 2 | 10,05927 | 10,11655 | 11,00115 | 10,36512 |
| 3 | 9,86279 | 9,94739 | 10,95676 | 11,79755 |
| 4 | 9,8321 | 10,06876 | 10,80585 | 11,43482 |

Продовження таблиці 2.2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 10,04033 | 9,90644 | 11,10655 | 10,56771 |
| 6 | 9,9825 | 9,95101 | 10,52552 | 10,35032 |
| 7 | 10,10965 | 9,91178 | 11,32438 | 11,5005 |
| 8 | 9,94867 | 10,24313 | 11,49492 | 10,7226 |
| 9 | 9,97094 | 10,08183 | 11,10494 | 9,939054 |
| 10 | 10,05802 | 10,09916 | 10,99736 | 10,61708 |

Рисунок 2.1 – Залежність точкових оцінок від номеру експерименту

## Довірчі інтервали точкових оцінок

Для того щоб оцінити достовірність оцінок, вводять поняття довірчий інтервал і довірча ймовірність. У статистиці умовно виділяють "грубий" і "точний" методи визначення довірчих інтервалів для характеристик розподілу.

Аналізуючи отримані значення для кордонів довірчих інтервалів, можна помітити, що при збільшенні рівня довірчої вірогідності збільшується величина довірчого інтервалу, а при збільшенні обсягу вибірки вона зменшується. Це справедливо для довірчих інтервалів, як для математичного очікування, так і для дисперсії.

У таблиці 2.3 вказані інтервали для математичного очікування та дисперсії при рівні довірчої ймовірності {0.8, 0.9, 0.95, 0.99}.

Таблиця 2.3 – Довірчі інтервали

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ВВ | Обсяг  вибірки | Довірчі інтервали для математичного очікування, | | | | | Довірчі інтервали для дисперсії, | | | | |
| Грубий метод | | Точний метод | | | Грубий метод | | Точний метод | | |
| 1 | 2 | 3 | | 4 | | | 5 | | 6 | | |
|  | | β=0.80 | | | | | | | | | |
|  |  | 9,549 | 10,327 | | 9,547 | 10,329 | 8,127 | 10,263 | | 7,753 | 11,176 |
|  | 9,633 | 10,232 | | 9,632 | 10,233 | 10,012 | 11,791 | | 9,644 | 12,475 |
|  | 9,718 | 10,213 | | 9,718 | 10,213 | 10,406 | 11,888 | | 10,077 | 12,431 |
|  | 9,713 | 10,111 | | 9,713 | 10,112 | 9,108 | 10,219 | | 8,852 | 10,615 |
|  | 9,632 | 10,007 | | 9,632 | 10,007 | 10,138 | 11,237 | | 9,878 | 11,620 |
|  | 9,718 | 10,067 | | 9,718 | 10,067 | 10,629 | 11,675 | | 10,377 | 12,034 |
|  | 9,667 | 9,990 | | 9,667 | 9,990 | 10,582 | 11,542 | | 10,347 | 11,868 |
|  | 9,914 | 10,214 | | 9,914 | 10,214 | 10,537 | 11,429 | | 10,316 | 11,728 |
|  | 9,874 | 10,159 | | 9,874 | 10,159 | 10,661 | 11,510 | | 10,449 | 11,792 |
|  | 10,065 | 10,330 | | 10,065 | 10,330 | 10,307 | 11,084 | | 10,112 | 11,341 |
|  |  | 9,763 | 10,588 | | 9,760 | 10,591 | 8,478 | 12,256 | | 8,741 | 12,601 |
|  | 9,558 | 10,111 | | 9,557 | 10,112 | 8,104 | 10,494 | | 8,226 | 10,642 |
|  | 9,701 | 10,206 | | 9,700 | 10,206 | 10,424 | 12,866 | | 10,527 | 12,986 |
|  | 9,650 | 10,108 | | 9,650 | 10,108 | 11,598 | 13,914 | | 11,684 | 14,011 |
|  | 10,052 | 10,438 | | 10,052 | 10,438 | 10,390 | 12,225 | | 10,451 | 12,294 |
|  | 9,944 | 10,304 | | 9,944 | 10,304 | 10,908 | 12,653 | | 10,961 | 12,712 |
|  | 9,923 | 10,251 | | 9,923 | 10,251 | 10,679 | 12,252 | | 10,724 | 12,301 |
|  | 9,954 | 10,261 | | 9,954 | 10,261 | 10,698 | 12,165 | | 10,738 | 12,207 |
|  | 9,611 | 9,889 | | 9,611 | 9,889 | 9,967 | 11,250 | | 10,000 | 11,285 |
|  | 9,861 | 10,136 | | 9,861 | 10,136 | 10,827 | 12,144 | | 10,858 | 12,178 |
|  | | β=0.90 | | | | | | | | | |
|  |  | 9,439 | 10,437 | | 9,435 | 10,441 | 7,825 | 10,565 | | 7,387 | 11,815 |
|  | 9,548 | 10,317 | | 9,547 | 10,318 | 9,760 | 12,043 | | 9,314 | 12,962 |
|  | 9,648 | 10,283 | | 9,647 | 10,284 | 10,196 | 12,098 | | 9,793 | 12,821 |
|  | 9,656 | 10,168 | | 9,656 | 10,168 | 8,951 | 10,377 | | 8,634 | 10,901 |
|  | 9,579 | 10,060 | | 9,578 | 10,060 | 9,983 | 11,393 | | 9,660 | 11,899 |
|  | 9,668 | 10,117 | | 9,668 | 10,117 | 10,481 | 11,823 | | 10,167 | 12,297 |
|  | 9,622 | 10,035 | | 9,622 | 10,036 | 10,446 | 11,678 | | 10,152 | 12,107 |
|  | 9,871 | 10,257 | | 9,871 | 10,257 | 10,411 | 11,555 | | 10,135 | 11,949 |
|  | 9,834 | 10,199 | | 9,834 | 10,199 | 10,541 | 11,630 | | 10,275 | 12,001 |
|  | 10,027 | 10,368 | | 10,027 | 10,368 | 10,197 | 11,194 | | 9,952 | 11,531 |

Продовження таблиці 2.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | | 4 | | | 5 | | 6 | | |
|  |  | 9,646 | 10,705 | | 9,641 | 10,710 | 7,943 | 12,791 | | 8,329 | 13,321 |
|  | 9,480 | 10,189 | | 9,478 | 10,191 | 7,766 | 10,833 | | 7,945 | 11,057 |
|  | 9,629 | 10,277 | | 9,628 | 10,278 | 10,078 | 13,211 | | 10,231 | 13,394 |
|  | 9,585 | 10,173 | | 9,585 | 10,174 | 11,270 | 14,241 | | 11,397 | 14,390 |
|  | 9,998 | 10,492 | | 9,997 | 10,493 | 10,130 | 12,485 | | 10,221 | 12,589 |
|  | 9,893 | 10,354 | | 9,893 | 10,355 | 10,661 | 12,900 | | 10,740 | 12,990 |
|  | 9,876 | 10,297 | | 9,876 | 10,298 | 10,457 | 12,474 | | 10,523 | 12,549 |
|  | 9,911 | 10,304 | | 9,911 | 10,305 | 10,491 | 12,372 | | 10,549 | 12,437 |
|  | 9,571 | 9,929 | | 9,571 | 9,929 | 9,786 | 11,432 | | 9,834 | 11,485 |
|  | 9,822 | 10,175 | | 9,822 | 10,175 | 10,640 | 12,331 | | 10,687 | 12,383 |
|  | | β=0.95 | | | | | | | | | |
|  |  | 9,157 | 10,719 | | 9,336 | 10,540 | 7,050 | 11,340 | | 7,088 | 12,409 |
|  | 9,331 | 10,534 | | 9,472 | 10,393 | 9,114 | 12,689 | | 9,041 | 13,406 |
|  | 9,469 | 10,462 | | 9,586 | 10,345 | 9,658 | 12,636 | | 9,555 | 13,174 |
|  | 9,512 | 10,313 | | 9,607 | 10,218 | 8,547 | 10,780 | | 8,451 | 11,158 |
|  | 9,443 | 10,196 | | 9,532 | 10,106 | 9,584 | 11,792 | | 9,476 | 12,149 |
|  | 9,541 | 10,244 | | 9,625 | 10,160 | 10,101 | 12,203 | | 9,989 | 12,531 |
|  | 9,505 | 10,152 | | 9,582 | 10,075 | 10,097 | 12,027 | | 9,988 | 12,320 |
|  | 9,762 | 10,366 | | 9,834 | 10,294 | 10,087 | 11,879 | | 9,981 | 12,145 |
|  | 9,730 | 10,302 | | 9,798 | 10,234 | 10,233 | 11,938 | | 10,128 | 12,186 |
|  | 9,931 | 10,464 | | 9,995 | 10,400 | 9,915 | 11,476 | | 9,816 | 11,699 |
|  |  | 9,346 | 11,005 | | 9,536 | 10,814 | 6,571 | 14,162 | | 7,992 | 13,990 |
|  | 9,279 | 10,390 | | 9,409 | 10,260 | 6,898 | 11,701 | | 7,712 | 11,435 |
|  | 9,446 | 10,461 | | 9,566 | 10,341 | 9,191 | 14,098 | | 9,982 | 13,762 |
|  | 9,419 | 10,339 | | 9,528 | 10,230 | 10,429 | 15,082 | | 11,156 | 14,729 |
|  | 9,858 | 10,632 | | 9,949 | 10,540 | 9,463 | 13,152 | | 10,026 | 12,853 |
|  | 9,763 | 10,485 | | 9,849 | 10,399 | 10,027 | 13,534 | | 10,552 | 13,237 |
|  | 9,757 | 10,417 | | 9,836 | 10,338 | 9,886 | 13,045 | | 10,352 | 12,769 |
|  | 9,800 | 10,416 | | 9,873 | 10,342 | 9,958 | 12,905 | | 10,389 | 12,641 |
|  | 9,470 | 10,030 | | 9,537 | 9,963 | 9,320 | 11,898 | | 9,693 | 11,662 |
|  | 9,723 | 10,275 | | 9,788 | 10,209 | 10,162 | 12,809 | | 10,541 | 12,563 |

Продовження таблиці 2.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | | 4 | | | 5 | | 6 | | |
|  | | β=0.99 | | | | | | | | | |
|  |  | 9,001 | 10,875 | | 9,142 | 10,734 | 6,622 | 11,768 | | 6,550 | 13,687 |
|  | 9,211 | 10,654 | | 9,325 | 10,540 | 8,758 | 13,045 | | 8,536 | 14,332 |
|  | 9,370 | 10,561 | | 9,466 | 10,465 | 9,361 | 12,933 | | 9,113 | 13,900 |
|  | 9,432 | 10,392 | | 9,510 | 10,314 | 8,324 | 11,003 | | 8,109 | 11,684 |
|  | 9,367 | 10,271 | | 9,441 | 10,197 | 9,363 | 12,012 | | 9,130 | 12,656 |
|  | 9,471 | 10,314 | | 9,540 | 10,245 | 9,891 | 12,413 | | 9,655 | 13,006 |
|  | 9,440 | 10,217 | | 9,504 | 10,153 | 9,904 | 12,219 | | 9,677 | 12,750 |
|  | 9,702 | 10,426 | | 9,761 | 10,366 | 9,908 | 12,058 | | 9,689 | 12,540 |
|  | 9,673 | 10,359 | | 9,730 | 10,303 | 10,063 | 12,108 | | 9,848 | 12,559 |
|  | 9,878 | 10,517 | | 9,931 | 10,464 | 9,760 | 11,631 | | 9,558 | 12,038 |
|  |  | 9,180 | 11,170 | | 9,330 | 11,021 | 5,814 | 14,920 | | 7,384 | 15,431 |
|  | 9,168 | 10,501 | | 9,274 | 10,395 | 6,419 | 12,180 | | 7,282 | 12,225 |
|  | 9,345 | 10,562 | | 9,443 | 10,464 | 8,702 | 14,587 | | 9,520 | 14,521 |
|  | 9,327 | 10,431 | | 9,417 | 10,341 | 9,965 | 15,546 | | 10,703 | 15,423 |
|  | 9,780 | 10,710 | | 9,856 | 10,634 | 9,096 | 13,520 | | 9,660 | 13,390 |
|  | 9,691 | 10,557 | | 9,762 | 10,486 | 9,677 | 13,884 | | 10,199 | 13,739 |
|  | 9,691 | 10,482 | | 9,756 | 10,417 | 9,570 | 13,360 | | 10,030 | 13,215 |
|  | 9,738 | 10,477 | | 9,799 | 10,416 | 9,664 | 13,199 | | 10,085 | 13,052 |
|  | 9,415 | 10,086 | | 9,470 | 10,030 | 9,063 | 12,155 | | 9,424 | 12,019 |
|  | 9,667 | 10,330 | | 9,722 | 10,275 | 9,898 | 13,074 | | 10,264 | 12,927 |

Отримані довірчі інтервали для математичного очікування і дисперсії в графічному вигляді представлено на рисунках 2.2 і 2.3.

Рисунок 2.2 – Довірчі інтервали для ВВ 

Рисунок 2.3 – Довірчі інтервали для ВВ 

Довжини довірчих інтервалів для математичного очікування і дисперсії вказані у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Довжина довірчих інтервалів

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ВВ | Обсяг  вибірки | Довірчі інтервали для математичного очікування, | | | Довірчі інтервали для дисперсії, | | |
| Грубий метод | Точний метод | | Грубий метод | Точний метод | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 | |
|  | | β=0.80 | | | | | |
|  |  | 0,777 | | 0,782 | 2,135 | | 3,423 |
|  | 0,599 | | 0,600 | 1,779 | | 2,831 |
|  | 0,494 | | 0,495 | 1,482 | | 2,353 |
|  | 0,399 | | 0,399 | 1,112 | | 1,763 |
|  | 0,375 | | 0,375 | 1,099 | | 1,742 |
|  | 0,350 | | 0,350 | 1,046 | | 1,658 |
|  | 0,322 | | 0,323 | 0,961 | | 1,521 |
|  | 0,300 | | 0,301 | 0,892 | | 1,412 |
|  | 0,285 | | 0,285 | 0,849 | | 1,343 |
|  | 0,265 | | 0,265 | 0,777 | | 1,229 |
|  |  | 0,826 | | 0,831 | 3,778 | | 3,859 |
|  | 0,553 | | 0,555 | 2,390 | | 2,415 |
|  | 0,505 | | 0,506 | 2,442 | | 2,458 |
|  | 0,458 | | 0,458 | 2,316 | | 2,327 |
|  | 0,386 | | 0,386 | 1,835 | | 1,843 |
|  | 0,359 | | 0,360 | 1,745 | | 1,751 |
|  | 0,328 | | 0,328 | 1,572 | | 1,577 |
|  | 0,306 | | 0,307 | 1,466 | | 1,470 |
|  | 0,278 | | 0,278 | 1,283 | | 1,286 |
|  | 0,275 | | 0,275 | 1,318 | | 1,320 |
|  | | β=0.90 | | | | | |
|  |  | 0,998 | | 1,007 | 2,740 | | 4,428 |
|  | 0,768 | | 0,772 | 2,283 | | 3,648 |
|  | 0,634 | | 0,636 | 1,902 | | 3,028 |
|  | 0,511 | | 0,513 | 1,426 | | 2,267 |
|  | 0,481 | | 0,482 | 1,410 | | 2,239 |
|  | 0,449 | | 0,449 | 1,343 | | 2,130 |
|  | 0,414 | | 0,414 | 1,233 | | 1,955 |
|  | 0,385 | | 0,386 | 1,144 | | 1,814 |
|  | 0,365 | | 0,365 | 1,089 | | 1,726 |
|  | 0,340 | | 0,341 | 0,997 | | 1,579 |

Продовження таблиці 2.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 | |
|  |  | 1,059 | | 1,069 | 4,848 | | 4,992 |
|  | 0,709 | | 0,713 | 3,067 | | 3,112 |
|  | 0,648 | | 0,650 | 3,133 | | 3,164 |
|  | 0,588 | | 0,589 | 2,971 | | 2,993 |
|  | 0,495 | | 0,496 | 2,355 | | 2,369 |
|  | 0,461 | | 0,462 | 2,240 | | 2,250 |
|  | 0,421 | | 0,422 | 2,018 | | 2,026 |
|  | 0,393 | | 0,394 | 1,882 | | 1,888 |
|  | 0,357 | | 0,358 | 1,646 | | 1,651 |
|  | 0,353 | | 0,353 | 1,691 | | 1,696 |
|  | | β=0.95 | | | | | |
|  |  | 1,562 | | 1,203 | 4,290 | | 5,320 |
|  | 1,203 | | 0,921 | 3,574 | | 4,365 |
|  | 0,993 | | 0,759 | 2,978 | | 3,618 |
|  | 0,801 | | 0,611 | 2,234 | | 2,707 |
|  | 0,753 | | 0,575 | 2,208 | | 2,672 |
|  | 0,702 | | 0,535 | 2,102 | | 2,542 |
|  | 0,648 | | 0,494 | 1,930 | | 2,332 |
|  | 0,604 | | 0,460 | 1,792 | | 2,164 |
|  | 0,572 | | 0,436 | 1,705 | | 2,058 |
|  | 0,533 | | 0,406 | 1,561 | | 1,883 |
|  |  | 1,659 | | 1,278 | 7,591 | | 5,998 |
|  | 1,111 | | 0,850 | 4,803 | | 3,724 |
|  | 1,015 | | 0,775 | 4,907 | | 3,780 |
|  | 0,920 | | 0,702 | 4,653 | | 3,573 |
|  | 0,775 | | 0,591 | 3,688 | | 2,827 |
|  | 0,722 | | 0,550 | 3,507 | | 2,685 |
|  | 0,659 | | 0,503 | 3,160 | | 2,417 |
|  | 0,616 | | 0,469 | 2,947 | | 2,252 |
|  | 0,559 | | 0,426 | 2,578 | | 1,970 |
|  | 0,552 | | 0,421 | 2,648 | | 2,022 |

Продовження таблиці 2.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 | |
|  | | β=0.99 | | | | | |
|  |  | 1,874 | | 1,593 | 5,146 | | 7,137 |
|  | 1,443 | | 1,214 | 4,288 | | 5,795 |
|  | 1,191 | | 0,999 | 3,572 | | 4,788 |
|  | 0,961 | | 0,805 | 2,679 | | 3,576 |
|  | 0,904 | | 0,756 | 2,649 | | 3,526 |
|  | 0,843 | | 0,705 | 2,522 | | 3,352 |
|  | 0,777 | | 0,649 | 2,315 | | 3,073 |
|  | 0,724 | | 0,605 | 2,150 | | 2,851 |
|  | 0,686 | | 0,573 | 2,045 | | 2,711 |
|  | 0,639 | | 0,534 | 1,872 | | 2,480 |
|  |  | 1,990 | | 1,691 | 9,106 | | 8,047 |
|  | 1,333 | | 1,122 | 5,761 | | 4,944 |
|  | 1,218 | | 1,021 | 5,886 | | 5,002 |
|  | 1,104 | | 0,924 | 5,581 | | 4,720 |
|  | 0,929 | | 0,778 | 4,424 | | 3,731 |
|  | 0,866 | | 0,724 | 4,207 | | 3,541 |
|  | 0,791 | | 0,661 | 3,790 | | 3,186 |
|  | 0,739 | | 0,617 | 3,535 | | 2,968 |
|  | 0,671 | | 0,561 | 3,092 | | 2,594 |
|  | 0,662 | | 0,553 | 3,176 | | 2,663 |

Залежність довжин довірчих інтервалів від обсягу вибірки представлена в графічному вигляді на рисунку 2.4.

На даному рисунку можна побачити залежність ширини довірчого інтервалу від розміру вибірки. Чим більше розмір вибірки, тим менша ширина довірчого інтервалу.

Рисунок 2.4 – Довжина довірчих інтервалів для ВВ  і 

## Визначення однорідності сукупностей

Будь-яка досліджувана сукупність містить як значення ознак, що склалися під впливом чинників, безпосередньо характерних для аналізованої сукупності, так і значення ознак, отриманих під впливом інших факторів, не характерних для основної сукупності.

Сукупність вважається однорідною, якщо коефіцієнт варіації не перевищує 33% (для розподілів, близьких до нормального) [1].

У таблиці 2.5 вказані точкові оцінки коефіцієнта варіації для досліджуваних вибірок.

Таблиця 2.5 – Точкова оцінка коефіцієнта варіації вибірок ВВ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
| ВВ | 0,305 | 0,332 | 0,335 | 0,314 | 0,333 | 0,338 | 0,338 | 0,329 | 0,332 | 0,321 |
| ВВ | 0,316 | 0,310 | 0,343 | 0,362 | 0,328 | 0,339 | 0,336 | 0,335 | 0,334 | 0,339 |

Виходячи з отриманих даних, можна сказати, що однорідними можна вважати усі вибірки.

## Гіпотеза про закон розподілу

По вигляду гістограм частостей, наведених на рисунках В.1 – В.20 робимо припущення про те, що випадкова величина  підпорядковується рівномірному закону розподілу, а випадкова величина  відповідає нормальному закону розподілу.

## Перевірка гіпотез про розподіл

### Метод моментів

Метод моментів знаходження оцінок в математичній статистиці - це спосіб побудови оцінок, заснований на порівнянні теоретичних і вибіркових моментів. Рівняння методу показано у формулі (2.5).

 (2.5)

Рівномірний закон розподілу  має параметри, що відповідають мінімальному та максимальному значенням ВВ. Використовуючи початковий момент першого та центральний момент другого порядків, відомі як оцінки математичного очікування та дисперсії, система (2.5) для рівномірного закону розподілу зводиться до системи (2.6) та враховуючи те, що  отримуємо систему (2.7).

 (2.6)

 (2.7)

У таблиці 2.6 наведені оцінки даних параметрів, виходячи з яких можна зробити висновок про відповідність передбачуваного закону розподілу дійсності.

Таблиця 2.6 – Метод моментів для ВВ 

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | |  | |
| 100 | 4,686 | 15,190 | 9,938 | 9,938 | 9,195 | 9,932 |
| 200 | 0,000 | 15,651 | 9,932 | 9,932 | 10,901 | 9,966 |
| 300 | 0,000 | 15,748 | 9,966 | 9,966 | 11,147 | 9,912 |
| 400 | 0,000 | 15,296 | 9,912 | 9,912 | 9,664 | 9,819 |
| 500 | 0,000 | 15,482 | 9,819 | 9,819 | 10,688 | 9,892 |
| 600 | 0,000 | 15,677 | 9,892 | 9,892 | 11,152 | 9,829 |
| 700 | 0,000 | 15,589 | 9,829 | 9,829 | 11,062 | 10,064 |
| 800 | 0,000 | 15,804 | 10,064 | 10,064 | 10,983 | 10,016 |
| 900 | 0,000 | 15,783 | 10,016 | 10,016 | 11,085 | 10,198 |
| 1000 | 4,533 | 15,862 | 10,198 | 10,198 | 10,695 | 10,175 |

Нормальний закон  має два параметри – математичне очікування та середньоквадратичне відхилення. Система рівнянь, наведена у формулі (2.5), зводиться до формули (2.8).

 (2.8)

Таким чином, за методом моментів, оцінки параметрів нормального закону відповідають отриманим раніше оцінкам математичного очікування та дисперсії, тому наводити отримані значення не будемо.

### Метод максимальної вірогідності

Для отримання оцінок параметрів теоретичного розподілу за методом максимальної вірогідності будується так звана функція вірогідності, наведена у формулі (2.9).

 (2.9)

Де  – вибірка;  – вектор параметрів.

Необхідно знайти такі значення параметрів, щоб функція  досягала максимуму. Для неї будується система, що містить часткові похідні від функції вірогідності по всіх параметрах, прирівняні до нуля. Для рівномірного розподілу функція вірогідності приймає вид, наведений у формулі (2.10).

 (2.10)

Функція досягає максимуму, коли параметр  дорівнює найменшому значенню вибірки, а  – найбільшому.

Для спрощення обчислень іноді переходять від функції вірогідності  до функції , яка дорівнює натуральному логарифму від . Для нормального розподілу функція  приймає вид, наведений у формулі (2.11).

 (2.11)

Знаходимо дві часткові похідні і дорівнюємо їх до нулю (2.12), в результаті чого отримуємо систему (2.13).

 (2.12)

 (2.12)

Виразивши оцінки нормального розподілу отримаємо систему (2.13).

 (2.13)

Отримані за допомогою методу максимальної вірогідності оцінки параметрів ВВ  наведені в таблиці\_2.7, відповідно. Згідно з наведеного у таблицях можна констатувати про вірність гіпотези про закони розподілів ВВ.

Таблиця 2.7 – Оцінки параметрів ВВ 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Розраховані параметри | | Оціночні параметри | |
|  |  |  |  |
| 100 | 10,175 | 10,367 | 9,938 | 9,195 |
| 200 | 9,834 | 9,299 | 9,932 | 10,901 |
| 300 | 9,953 | 11,645 | 9,966 | 11,147 |
| 400 | 9,879 | 12,756 | 9,912 | 9,664 |
| 500 | 10,245 | 11,308 | 9,819 | 10,688 |
| 600 | 10,124 | 11,781 | 9,892 | 11,152 |
| 700 | 10,087 | 11,465 | 9,829 | 11,062 |
| 800 | 10,108 | 11,432 | 10,064 | 10,983 |
| 900 | 9,750 | 10,609 | 10,016 | 11,085 |
| 1000 | 9,999 | 11,486 | 10,198 | 10,695 |

### Аналіз отриманих точкових оцінок

Якщо все оцінки положення (середня арифметичне, медіана та мода) мають близькі значення, це вказує на вірогідну відповідність досліджуваного розподілу нормальному закону. Для нормального розподілу коефіцієнт асиметрії та ексцесу рівний нулю, а для рівномірного ексцесу дорівнює -1,2. У таблиці 2.8 наведені дані для перевірки вищезазначених тверджень.

Таблиця 2.8 – Аналіз отриманих точкових оцінок

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | – Рівномірний закон розподілу | | | | Y – Нормальний закон розподілу | | | | |
|  | |  |  |  | |  |  | |
| 100 | 9,938 | 9,880 | 0,116 | -0,885 | 10,175 | 9,995 | -0,045 | -0,459 |
| 200 | 9,932 | 10,160 | 0,032 | -1,235 | 9,834 | 9,610 | 0,116 | -0,353 |
| 300 | 9,966 | 9,860 | -0,012 | -1,222 | 9,953 | 9,895 | 0,125 | 0,408 |
| 400 | 9,912 | 9,855 | 0,088 | -1,044 | 9,879 | 9,665 | 0,213 | 0,051 |
| 500 | 9,819 | 9,665 | 0,084 | -1,147 | 10,245 | 10,120 | -0,025 | -0,007 |
| 600 | 9,892 | 9,860 | 0,084 | -1,225 | 10,124 | 10,065 | 0,106 | 0,140 |
| 700 | 9,829 | 9,630 | 0,084 | -1,207 | 10,087 | 9,935 | 0,073 | -0,079 |
| 800 | 10,064 | 10,315 | -0,074 | -1,188 | 10,108 | 10,135 | -0,044 | -0,321 |
| 900 | 10,016 | 10,010 | -0,024 | -1,189 | 9,750 | 9,810 | -0,089 | 0,246 |
| 1000 | 10,198 | 10,415 | -0,098 | -1,194 | 9,999 | 10,010 | 0,078 | -0,173 |

Аналізуючи отримані дані, можна зробити висновок про те, що значення медіани і середнього арифметичного для вибірок ВВ  і  мають практично рівні значення.

Значення коефіцієнта асиметрії для вибірок ВВ  і  практично дорівнюють 0. Для випадкової величини  величина екстензії близька до -1,2. Все це свідчить про близькість розподілу випадкової величини  до нормального розподілу, а випадкової величини  – до рівномірного.

### Критерій узгодженості Пірсона

Для перевірки гіпотези про відповідність емпіричного розподілу нормальному закону розподілу необхідно ввести нульову гіпотезу, яка буде перевірятися за критерієм Пірсона.

В якості міри розбіжності для критерію  обирається величина, рівна зваженій сумі квадратів відхилень статистичної ймовірності від відповідної теоретичної ймовірності, розрахованих за відповідним законом теоретичного розподілу.  обчислюється за формулою (2.14).

 (2.14)

Де  – частота потрапляння в інтервал значень;  – обсяг вибірки;  - теоретична імовірність потрапляння в інтервал.

Загальна схема використання критерію  включає до себе визначення міри розходження за формулою (2.11), задання рівня значимості  та визначення числа ступеней свободи, а також перевірка прийняття загальної гіпотези за допомогою звірки значення обрахованого критерію з табличним за допомогою формули (2.15).

 (2.15)

Приклад перевірки гіпотези для вибірок обсягом 1000 наведений у таблицях 2.9 – 2.14.

Таблиця 2.9 – Критерій Пірсона для ВВ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| : Розподіл впорядковано за рівномірний законом | | | | | | |  |
| № | Інтервали | |  |  |  |  |  |
| 1 | 4,240 | 5,673 | 6 | 0,125 | 12,5 | 3,380 |  |
| 2 | 5,673 | 7,105 | 15 | 0,125 | 12,5 | 0,500 |  |
| 3 | 7,105 | 8,538 | 12 | 0,125 | 12,5 | 0,020 |  |
| 4 | 8,538 | 9,970 | 18 | 0,125 | 12,5 | 2,420 |  |
| 5 | 9,970 | 11,403 | 18 | 0,125 | 12,5 | 2,420 |  |
| 6 | 11,403 | 12,835 | 10 | 0,125 | 12,5 | 0,500 |  |
| 7 | 12,835 | 14,268 | 11 | 0,125 | 12,5 | 0,180 |  |
| 8 | 14,268 | 15,700 | 10 | 0,125 | 12,5 | 0,500 |  |
|  |  |  | 100 | 1 | 100 | 9,920 | < 11,070 |
|  |  |  |  |  |  | Гіпотеза приймається | |

Таблиця 2.10 – Критерій Пірсона для ВВ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| : Розподіл впорядковано за нормальним законом | | | | | | |  |
| № | Інтервали | |  |  |  |  |  |
| 1 | 3,000 | 4,780 | 5 | 0,047 | 4,690 | 0,021 |  |
| 2 | 4,780 | 6,560 | 7 | 0,084 | 8,385 | 0,229 |  |
| 3 | 6,560 | 8,340 | 13 | 0,154 | 15,358 | 0,362 |  |
| 4 | 8,340 | 10,120 | 27 | 0,209 | 20,881 | 1,793 |  |
| 5 | 10,120 | 11,900 | 18 | 0,211 | 21,076 | 0,449 |  |
| 6 | 11,900 | 13,680 | 14 | 0,158 | 15,791 | 0,203 |  |
| 7 | 13,680 | 15,460 | 10 | 0,088 | 8,782 | 0,169 |  |
| 8 | 15,460 | 17,240 | 6 | 0,050 | 5,036 | 0,184 |  |
|  |  |  | 100 | 1 | 100 | 3,409 | < 9,488 |
|  |  |  |  |  |  | Гіпотеза приймається | |

Таблиця 2.11 – Критерій Пірсона для ВВ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| : Розподіл впорядковано за рівномірний законом | | | | | | |  |
| № | Інтервали | |  |  |  |  |  |
| 1 | 4,220 | 5,372 | 52 | 0,100 | 50 | 0,080 |  |
| 2 | 5,372 | 6,524 | 47 | 0,100 | 50 | 0,180 |  |
| 3 | 6,524 | 7,676 | 48 | 0,100 | 50 | 0,080 |  |
| 4 | 7,676 | 8,828 | 61 | 0,100 | 50 | 2,420 |  |
| 5 | 8,828 | 9,980 | 55 | 0,100 | 50 | 0,500 |  |
| 6 | 9,980 | 11,132 | 57 | 0,100 | 50 | 0,980 |  |
| 7 | 11,132 | 12,284 | 42 | 0,100 | 50 | 1,280 |  |
| 8 | 12,284 | 13,436 | 37 | 0,100 | 50 | 3,380 |  |
| 9 | 13,436 | 14,588 | 56 | 0,100 | 50 | 0,720 |  |
| 10 | 14,588 | 15,740 | 45 | 0,100 | 50 | 0,500 |  |
|  |  |  | 500 | 1 | 500 | 10,120 | < 14,067 |
|  |  |  |  |  |  | Гіпотеза приймається | |

Таблиця 2.12 – Критерій Пірсона для ВВ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| : Розподіл впорядковано за нормальним законом | | | | | | |  |
| № | Інтервали | |  |  |  |  |  |
| 1 | -0,750 | 1,380 | 2 | 0,004 | 2,096 | 0,004 |  |
| 2 | 1,380 | 3,510 | 8 | 0,018 | 9,203 | 0,157 |  |
| 3 | 3,510 | 5,640 | 33 | 0,063 | 31,419 | 0,080 |  |
| 4 | 5,640 | 7,770 | 62 | 0,145 | 72,717 | 1,579 |  |
| 5 | 7,770 | 9,900 | 130 | 0,228 | 114,143 | 2,203 |  |
| 6 | 9,900 | 12,030 | 119 | 0,243 | 121,544 | 0,053 |  |
| 7 | 12,030 | 14,160 | 82 | 0,176 | 87,802 | 0,383 |  |
| 8 | 14,160 | 16,290 | 51 | 0,086 | 43,022 | 1,480 |  |
| 9 | 16,290 | 18,420 | 10 | 0,029 | 14,293 | 1,289 |  |
| 10 | 18,420 | 20,550 | 3 | 0,008 | 3,763 | 0,155 |  |
|  |  |  | 500 | 1 | 500 | 7,384 | <12,592 |
|  |  |  |  |  |  | Гіпотеза приймається | |

Таблиця 2.13 – Критерій Пірсона для ВВ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| : Розподіл впорядковано за рівномірний законом | | | | | | |  |
| № | Інтервали | |  |  |  |  |  |
| 1 | 4,220 | 5,269 | 71 | 0,091 | 90,909 | 4,360 |  |
| 2 | 5,269 | 6,318 | 94 | 0,091 | 90,909 | 0,105 |  |
| 3 | 6,318 | 7,367 | 82 | 0,091 | 90,909 | 0,873 |  |
| 4 | 7,367 | 8,416 | 90 | 0,091 | 90,909 | 0,009 |  |
| 5 | 8,416 | 9,465 | 89 | 0,091 | 90,909 | 0,040 |  |
| 6 | 9,465 | 10,515 | 84 | 0,091 | 90,909 | 0,525 |  |
| 7 | 10,515 | 11,564 | 99 | 0,091 | 90,909 | 0,720 |  |
| 8 | 11,564 | 12,613 | 95 | 0,091 | 90,909 | 0,184 |  |
| 9 | 12,613 | 13,662 | 105 | 0,091 | 90,909 | 2,184 |  |
| 10 | 13,662 | 14,711 | 110 | 0,091 | 90,909 | 4,009 |  |
| 11 | 14,711 | 15,760 | 81 | 0,091 | 90,909 | 1,080 |  |
|  |  |  | 1000 | 1 | 1000 | 14,090 | < 15,507 |
|  |  |  |  |  |  | Гіпотеза приймається | |

Таблиця 2.14 – Критерій Пірсона для ВВ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| : Розподіл впорядковано за нормальним законом | | | | | | |  |
| № | Інтервали | |  |  |  |  |  |
| 1 | -0,090 | 1,875 | 5 | 0,008 | 8,268 | 1,291 |  |
| 2 | 1,875 | 3,841 | 29 | 0,026 | 26,346 | 0,267 |  |
| 3 | 3,841 | 5,806 | 67 | 0,073 | 73,431 | 0,563 |  |
| 4 | 5,806 | 7,772 | 163 | 0,148 | 147,530 | 1,622 |  |
| 5 | 7,772 | 9,737 | 209 | 0,214 | 213,696 | 0,103 |  |
| 6 | 9,737 | 11,703 | 221 | 0,223 | 223,192 | 0,022 |  |
| 7 | 11,703 | 13,668 | 161 | 0,168 | 168,086 | 0,299 |  |
| 8 | 13,668 | 15,634 | 93 | 0,091 | 91,268 | 0,033 |  |
| 9 | 15,634 | 17,599 | 41 | 0,036 | 35,724 | 0,779 |  |
| 10 | 17,599 | 19,565 | 9 | 0,010 | 10,077 | 0,115 |  |
| 11 | 19,565 | 21,530 | 2 | 0,002 | 2,382 | 0,061 |  |
|  |  |  | 1000 | 1 | 1000 | 5,156 | < 14,067 |
|  |  |  |  |  |  | Гіпотеза приймається | |

# Висновки

В ході виконання курсової роботи були освоєні методи обробки даних статистичного спостереження, їх аналізу за допомогою узагальнюючих показників, встановлення теоретичних законів розподілу випадкових величин і доказ адекватності цих законів.

В рамках роботи було згенеровано варіаційні ряди нормального і рівномірного розподілів за допомогою VBA скриптів в середовищі MS Excel. Після чого на основі отриманої вибірки було побудовані інтервальні ряди. Кількість інтервалів ряду обраховувалася за допомогою формули Стеджерса. Для отриманих інтервальних рядів було побудовано графічні представлення. Після чого було знайдено точкові оцінки по варіаційних та інтервальних рядах і довірчі інтервали деяких з них, проведена оцінка однорідності вибірок за допомогою коефіцієнта варіації, а були висунуті і підтверджені різними методами гіпотези про закон розподілу даних випадкових величин.

Під час виконання роботи було розглянуто основні положення нормального і рівномірного законів розподілу.

В результаті аналізу даних, були зроблені наступні висновки: основною частиною статистичного аналізу є виявлення закону розподілу випадкової величини, а також, виявлення основних чинників, що впливають на якість оцінюваних параметрів закону розподілу (довжина вибірки, її однорідність, величина довірчої ймовірності).

Отримані в рамках курсової роботи матеріали можуть бути використані в начальних цілях для ознайомлення з підходами математичної статистики до обробки даних.

Перелік використаних джерел

1. Теория статистики: Учебник / Под ред. проф. Р. А. Шмойловой. – 3-е изд., перераб. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 560 с.: ил.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для втузов. Изд. 5-е перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1977. – 576 с.
3. Карасёва Л. А. Статистика // Всемирная история экономической мысли: В 6 томах / Гл. ред. В. Н. Черковец. – М.: Мысль, 1987.
4. Орлов А. И. Прикладная статистика. Учебник. – М.: Экзамен, 2006. – 671 с.
5. Норман Дрейпер, Гарри Смит. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия = Applied Regression Analysis. – 3-е изд. – М.: «Диалектика», 2007. – С. 912.
6. Миклашевский И. Н. Статистика теоретическая // Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона : в 86 т. (82 т. и 4 доп.). – СПб., 1890 – 1907.
7. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 656 с

# Додаток А Технічне завдання

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД

«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Факультет комп’ютерних наук і технологій

Кафедра прикладної математики і інформатики

Затверджую:

Зав. каф. ПМІ

О. А. Дмитрієва

« » 2017 р.

ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ

до курсового проекту з дисципліни

«Статистичні методи оцінювання»

на тему «Комплексна статистична  
обробка експериментальних даних»

Виконав:

студент групи ІПЗм-17

Лисенко А.С.

« » 2017 р.

Керівник:

доц. каф. ПМіІ, д. т. н.

Назарова І. А.

« » 2017 р.

Покровськ – 2017

1 Підставою для розробки є завдання на курсовий проект, видане кафедрою прикладної математики та інформатики.

2 Мета виконання курсового проекту є проведення комплексного статистичного аналізу експериментальних даних, який передбачає генерацію двох випадкових величин по заданим законам розподілення для подальшого аналізу.

3 Постановка завдання

Програма повинна виконувати генерацію двох видів випадкових величин із різними законами розподілу та чисельними характеристиками:

а) , б) ,

де **N** – номер варіанту; **i** – номер вимірювання випадкової величини; **R** – випадкове число, яке повертається при зверненні до стандартної функції вибраної мови програмування – датчику випадкових чисел.

Для досліджень передбачити наступні обсяги вимірювань для кожної з випадкових величин: 100, 200,…,1000 (обсяги вибірок).

Провести статистичний аналіз кожної з отриманих вибірок для двох випадкових величин в наступній послідовності:

а) побудувати варіаційний ряд і знайти розмах варіювання;

б) визначити доцільну кількість груп за формулою Стерджесса, побудувати угрупування та інтервальний ряд;

в) привести графічне зображення гістограми~~;~~

г) обчислити і проаналізувати точкові оцінки математичного очікування **m** та дисперсії **D=σ2** для простого і інтервального рядів; побудувати і проаналізувати залежність величини точкової оцінки від обсягу вибірки і від номера експерименту (10 вибірок для обсягу вибірки 1000); *(на 1 графіку довірчий інтервал і оцінки)*

д) побудувати довірчі інтервали для **m** та **D**, використовуючи різні значення довірчої ймовірності (0,9; 0,95; 0,975; 0,999) і проаналізувати залежність довжини довірчого інтервалу від обсягу вибірки і від величини довірчої ймовірності;

ж) обчислити і проаналізувати коефіцієнт варіації, коефіцієнт асиметрії і ексцес; проаналізувати залежності числових характеристик від обсягу вибірки;

з) з`ясувати близькість емпіричних розподілів до нормального закону на базі:

1) чисельних характеристик положення і варіації;

2) критеріїв узгодження Пірсону;

к) з вигляду гістограм висунути гіпотезу про передбачувані закони розподілів досліджуваних випадкових величин, визначити оцінки параметрів передбачуваних розподілів (метод моментів і максимальної вірогідності) і перевірити гіпотезу про закон розподілу за критерієм Пірсона.

5 Етапи виконання

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № етапу | Найменування етапу | Тиждень |
|  | Видача завдання, складання ТЗ та його затвердження | 1-2 |
|  | Написання та відладка програми, шо генерує вибірки. Генерація вибірок | 2 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. Побудова варіаційного ряду та знаходження розмаху варіювання | 3 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. Визначення доцільної кількості груп, побудова інтервальних рядів, приведення графічного зображення гістограм. | 3-4 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. Обчислення точкових оцінок для математичного очікування та дисперсії для простого та інтервального рядів | 4-5 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. Побудова довірчих інтервалів для математичного очікування та дисперсії. | 6 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. Обчислення і аналізування коефіцієнту варіації, асиметрії, ексцесу; аналіз залежності числових характеристик від обсягу вибірок. | 7 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. З’ясування близькості емпіричних розподілів до нормального закону на базі: 1) чисельних характеристик положення і варіації; 2) критерію узгодження Пірсона. | 8-10 |
|  | Статистичний аналіз вибірок для двох ВВ. Висунути гіпотезу про закони розподілів ВВ і її перевірка за критерієм Пірсона. | 10-12 |
|  | Написання пояснювальної записки до курсового проекту | 13 |
|  | Захист курсового проекту | 13-14 |

# Додаток Б Лістинг скриптів генерації варіаційного ряду

Скрипт генерації вибірки з безперервної випадкової величини  наведено на рисунку Б.1.

Sub GenerateX()

Dim v As Integer

Dim n As Integer

Dim i As Integer

' Встановлення параметрів

Columns("A").ClearContents

Columns("A").NumberFormat = "#,###0.000"

Cells(1, 1) = "Xi"

Randomize

v = Cells(4, 4)

n = Cells(5, 4)

' Отримання вибірки

For i = 1 To n

Cells(i + 1, 1) = Fix(v \* (1.1547 \* Rnd + 0.42265) \* 100) / 100

Next i

' Сортування вибірки

Set r = Range(Cells(2, 1), Cells(n + 1, 1))

r.Sort key1:=r, order1:=xlAscending, Header:=xlNo

End Sub

Рисунок Б.1 – Скрипт генерації вибірки ВВ 

Скрипт генерації вибірки з безперервної випадкової величини  наведено на рисунку Б.2.

Sub GenerateY()

Dim v As Integer

Dim n As Integer

Dim i As Integer

Dim j As Integer

Dim s As Double

' Встановлення параметрів

Columns("A").ClearContents

Columns("A").NumberFormat = "#,###0.000"

Cells(1, 1) = "Yi"

Randomize

v = Cells(4, 4)

n = Cells(5, 4)

' Отримання вибірки

For i = 1 To n

s = 0

For j = 1 To 300

s = s + Rnd

Next j

Cells(i + 1, 1) = Fix(v \* (s / 15 - 9) \* 100) / 100

Next i

' Сортування вибірки

Set r = Range(Cells(2, 1), Cells(n + 1, 1))

r.Sort key1:=r, order1:=xlAscending, Header:=xlNo

End Sub

Рисунок Б.2 – Скрипт генерації вибірки ВВ 